Univerza v Ljubljani

Fakulteta za elektrotehniko

Mere Podobnosti

Stanislav Kovačič

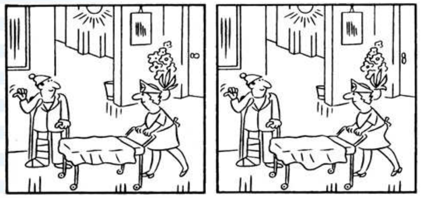
MACHINE VISION LABORATORY

http://vision.fe.uni-lj.si/

Merjenje podobnosti

V splošnem se merjenje podobnosti opira na merjenje razdalje
- Čim „bližje" sta si sliki, bolj sta si podobni
- Manjša je torej razdalja med slikama, bolj sta si podobni
- Večja je razdalja, bolj sta si sliki različni

Enako velja za dele oziroma področja slik, oblik, značilk, ...

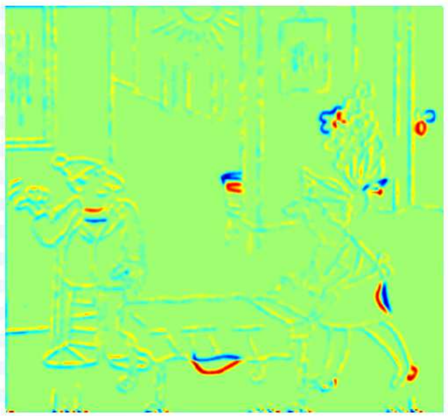


Mere podobnosti

Vprašanje:
Imamo dve sliki ali dela slik.
Koliko sta si dve sliki ali dela slik podobni (ali različni oziroma „daleč")?

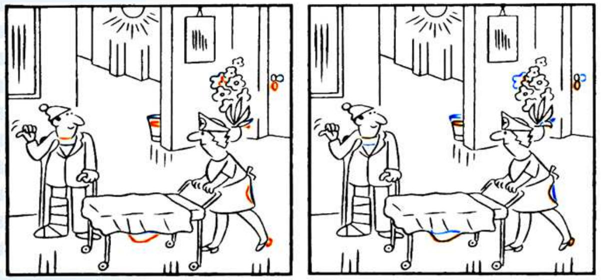
Primeri, ko merimo podobnost:
- Primerjanje s predlogo
- Razpoznavanje
- Poravnavanje slik
- Stereo primerjanje
- Sledenje, analiza gibanja
- Iskanje, indeksiranje slik

Poravnavanje slik



Poravnavanje slik

S primerjanjem/poravnavo slik lahko ugotavljamo razlike med slikami!

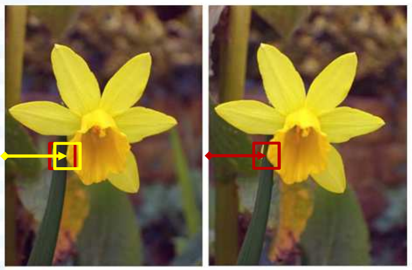


Sledenje

S primerjanjem zaporednih slik določimo trajektorije – sledimo objektom.

Stereo primerjanje

S stereo primerjanjem ugotovimo razdaljo – „globino“.



Narcissus Encounter - Bri 2007 Narcissus Encounter - Bri 2007

Iz vsebine

- Razdalja, metrika
- Podobnost, norma, razdalja
- Nekaj primerov
- Podobnost množic točk
- Podobnost na podlagi histogramov

Razdalja, metrika

Funkcija razdalje „nad" U (U je prostor (množica) slik, oblik, videza, …)

$d: U \times U \rightarrow R$

Lastnosti:

1.) $d \geq 0$; nenegativnost

2.) $d(u,u) = 0$; $d(u,v) = 0 \Leftrightarrow u = v$; enakost

3.) $d(u,v) = d(v,u)$; simetričnost

Razdalja torej poljubnemu paru elementov prostora (množice) U priredi nenegativno realno število.

4.) $d(u,v) + d(v,w) \geq d(u,w)$ (trikotniško pravilo oz neenakost)

Če velja tudi trikotniško pravilo, potem je d metrika in prostor metričen

Merjenje podobnosti

Na primer, trikotniško pravilo ne velja: oče, otrok, mati

d(oče, otrok) + d(otrok, mati) < d(oče,mati)

Razdalja d(oče,mati) je velika, medtem ko sta lahko razdalji d(oče,otrok) in d(otrok,mati) majhni ☺

Na primer, simetričnost ne velja

sin je podoben očetu

kaj pa: oče je podoben sinu ;)

Opomba:

Včasih se razdalji reče kar podobnost, čeprav je v resnici različnost.

Merjenje podobnosti

Mera podobnosti (Angl. similarity measure) je običajno bolj svobodna.

Nima (vedno) vseh, temveč le nekatere lastnosti razdalje/metrike.

$S(u,v) = -d(u,v)$;	negativna
$S(u,v) = 1 - d(u,v)$;	za d normiran, $0 \leq d \leq 1$
$S(u,v) \neq S(v,u)$;	ni simetrična
trikotniško pravilo ne velja	

Lastnosti mere podobnosti narekuje namen uporabe.

Merjenje podobnosti

Želene, ne vedno nujne, lastnosti mere (funkcije) podobnosti:

- metričnost
- zveznost
  (majhna sprememba slike, majhna sprememba podobnosti
- invariantnost
  (neobčutljivost na nekatere preslikave,
  npr. rotacijo, translacijo, …)
  a včasih je invarianca tudi nezaželena

Lp norma, razdalja

Lp norma, Lp razdalja (razdalja Minkowskega, p ≥ 1)

$\mathbf{x} = [x_1, x_2, \cdots, x_i, \cdots, x_n]$ (vektor - element vektorskega prostora)

$\|\mathbf{x}\|_p = (|x_1|^p + |x_2|^p + \cdots + |x_i|^p + \cdots + |x_n|^p)^{(1/p)}$ (dolžina vektorja)

L_2 norma - Evklidska norma - Evklidski prostor
$\|\mathbf{x}\|_2 = (|x_1|^2 + |x_2|^2 + \cdots + |x_i|^2 + \cdots + |x_n|^2)^{(1/2)}$

L_1 norma
$\|\mathbf{x}\|_1 = (|x_1| + |x_2| + \cdots + |x_i| + \cdots + |x_n|)$

L_∞ norma
$\|\mathbf{x}\|_\infty = \sup(|x_1|, |x_2|, \cdots, |x_i|, \cdots, |x_n|)$

Lp razdalja

$\mathbf{d} = \mathbf{y} - \mathbf{x}$; (razlika vektorjev, $\|\mathbf{d}\|$ - dolžina vektorja razlike)

$\|\mathbf{x}-\mathbf{y}\|_p = (|x_1 - y_1|^p + |x_2 - y_2|^p + \cdots + |x_i - y_i|^p + \cdots + |x_n - y_n|^p)^{(1/p)}$

L_2 razdalja - Evklidska razdalja
$\|\mathbf{x}-\mathbf{y}\|_2 = (|x_1 - y_1|^2 + |x_2 - y_2|^2 + \cdots + |x_i - y_i|^2 + \cdots + |x_n - y_n|^2)^{(1/2)}$

L_1 razdalja - Manhattan razdalja
$\|\mathbf{x}-\mathbf{y}\|_1 = (|x_1 - y_1| + |x_2 - y_2| + \cdots + |x_i - y_i| + \cdots + |x_n - y_n|)$

L_∞ razdalja - „šahovniška" razdalja
$\|\mathbf{x}-\mathbf{y}\|_\infty = \sup(|x_1 - y_1|, |x_2 - y_2|, \cdots, |x_i - y_i|, \cdots, |x_n - y_n|)$

Korelacijske mere podobnosti

$I_1(i,j)$ – slika 1, npr predloga
$I_2(i,j)$ – slika 2

Vsota absolutnih razlik: $SAD(x,y) = \sum_{i,j} |I_1(i,j) - I_2(i+x, j+y)|$

Vsota absolutnih razlik: $SSD(x,y) = \sum_{i,j} (I_1(i,j) - I_2(i+x, j+y))^2$

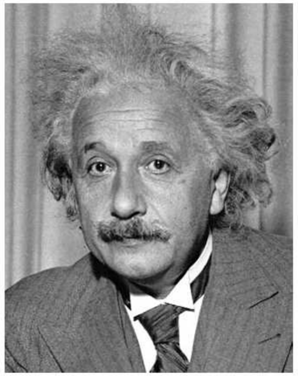
Normirana križna korelacija: $NCC(x,y) = \dfrac{\sum_{i,j} I_1(i,j).I_2(i+x,j+y)}{\sqrt{\sum_{i,j} I_1(i,j)^2 \sum_{i,j} I_2(i+x,j+y)^2}}$

Normirana križna korelacija (s srednjo vrednostjo nič):

$$ZNCC(x,y) = \frac{\sum_{i,j} (I_1(i,j) - \bar{I}_1).(I_2(x+i, y+j) - \bar{I}_2(x,y))}{\sqrt{\sum_{i,j} (I_1(i,j) - \bar{I}_1)^2 \sum_{i,j} (I_2(x+i, y+j) - \bar{I}_2(x,y))^2}}$$

Primerjanje s predlogo

- **Naloga: poišči  v sliki**
- **Vprašanje:**
  kakšno mero podobnosti izbrati?
  je to bistveno vprašanje?

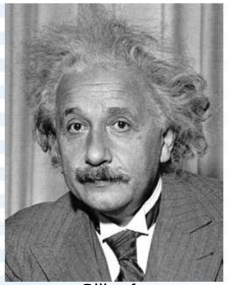


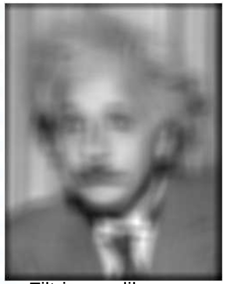
Slide: Hoiem

Primerjanje s predlogo

Naloga: poišči v sliki

$$S(m,n)=\sum_{k,l} g(k,l)\ f(m+k,n+l)$$


Slika f


Filtrirana slika

f = slika
g = predloga

S(m,n) deluje?
Pravzaprav ne

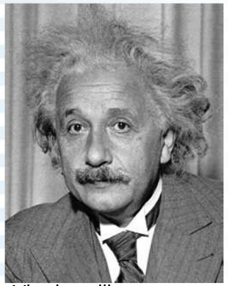
Težava:
v splošnem močan odziv na svetla področja

Slide: Hoiem

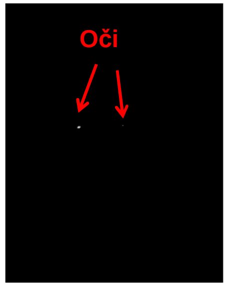
Primerjanje s predlogo

Naloga: Poišči oko v sliki

$$S(m,n)=\sum_{k,l}(g(k,l)-f(m+k,n+l))^2$$


Vhodna slika


1- sqrt(SSD)



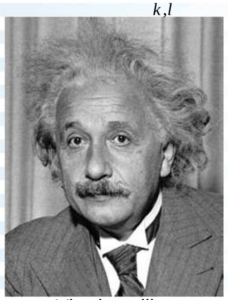
Upragovljena slika

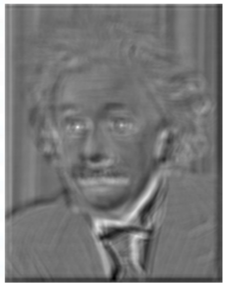
Slide: Hoiem

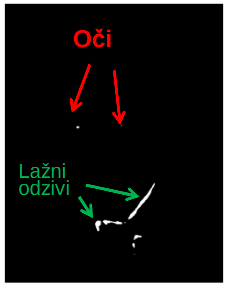
Primerjanje s predlogo

Naloga: poišči v sliki

$$S(m,n)=\sum_{k,l}(f(k+m,l+n)\underline{-\bar{f}})\ g(k,l)$$


Vhodna slika


Filtrirana slika



Upragovljena f.slika

Slide: Hoiem

Primerjanje s predlogo

Naloga: poišči oči v sliki

$$S[m,n]=\frac{\sum_{k,l}(g[k,l]-\bar{g})(f[m-k,n-l]-\bar{f}_{m,n})}{\left(\sum_{k,l}(g[k,l]-\bar{g})^2\sum_{k,l}(f[m-k,n-l]-\bar{f}_{m,n})^2\right)^{0.5}}$$

Matlab: `normxcorr2(template, im)`

Slide: Hoiem

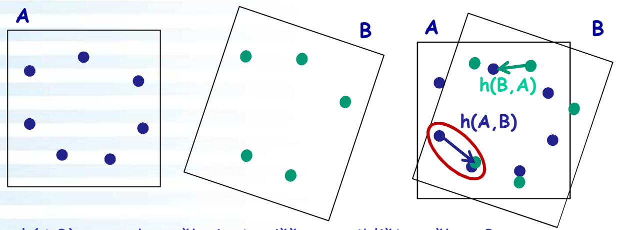
Primerjanje s predlogo

Dobra lastnost ZNCC:
Neodvisna od spremembe svetlosti in kontrasta

Vhodna slika | Filtrirana slika | Upragovljena

Slide: Hoiem

Hausdorff-ova razdalja



h(A,B): za vsako točko iz A poiščemo najbližjo točko v B
Izmed vseh razdalj izberemo največjo.
h(B,A): za vsako točko iz B poiščemo najbližjo točko v A
Izmed vseh razdalj izberemo največjo.
Izmed h(A,B) in H(B,A) izberemo večjo.
Primer uporabe:
Eno sliko transformiramo dokler ni največja razdalja med točkami minimalna.
Tedaj sta sliki (množici točk) poravnani.

Hausdorff-ova razdalja

H(A,B) je razdalja med dvema neenako močnima množicama točk.
H je največja razdalja točke do najbližje točke v drugi množici.

$h(A,B) = sup_{a \in A} \; inf_{b \in B} \; d(a,b);$ d je na primer Evklidska razdalja

$h(B,A) = sup_{b \in B} \; inf_{a \in A} \; d(b,a);$

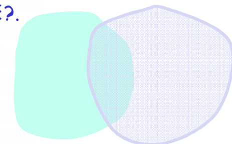
$$H(A,B) = max\{h(A,B), h(B,A)\}$$

Jaccard-ov indeks (razdalja)

J(A,B) indeks ali koeficient
je razmerje med presekom dveh množic in unijo teh množic.
Na primer dveh področij, ki se delno prekrivata.

$$J(A,B) = \frac{|A \cap B|}{|A \cup B|}$$

J ni „prava“ metrika, ali pač?.



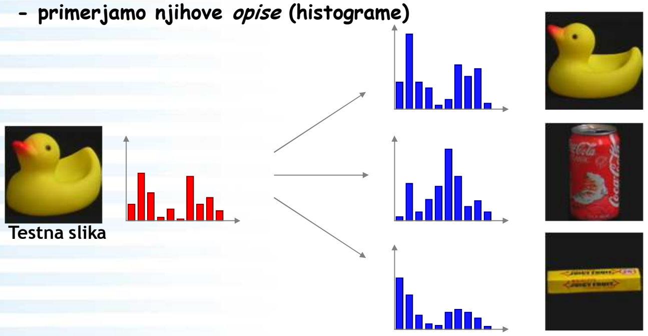
Kaj pa

$$J_d(A,B) = 1 - J(A,B) = \frac{|A \cup B| - |A \cap B|}{|A \cup B|}$$

Razdalja med histogrami

Slike primerjamo posredno
- primerjamo njihove *opise* (histograme)

Znani objekti



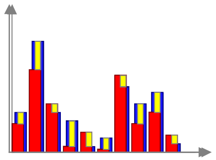
Vprašanje: kako primerjati histograme ?

Slide credit:Bastian Leibe

Evklidska razdalja

(L_2 norma)

$$d(H1,H2) = \sum_{i=1..N} (h_1(i) - h_2(i))^2$$



Poudarja razlike posameznih celic
Precej občutljiva na šum
Vse celice imajo enako težo

Mere podobnosti med histogrami

Obstaja veliko možnosti za primerjanje histogramov, nekatere:

- Evklidska razdalja:

$$d(H1,H2) = \sum_{i=1..N} (h_1(i) - h_2(i))^2$$

- Hi kvadrat (standardni test preizkušanja enakosti porazdelitev)

$$\chi^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1..N} \frac{(h_1(i) - h_2(i))^2}{h_1(i) + h_2(i)}$$

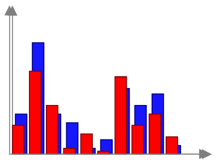
- Presek histogramov (za normirana histograma):

$$IS = 1 - \sum_{i=1..N} min(h_1(i), h_2(i))$$

Razdalja hi kvadrat

Hi kvadrat

$$\chi^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1..N} \frac{(h_1(i) - h_2(i))^2}{h_1(i) + h_2(i)}$$



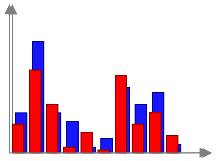
Statistični test enakosti porazdelitev
Možno upoštevati tudi stopnjo statistične značilnosti
Celice niso enako utežene.

Slide credit:Bastian Leibe

Kullback-Leiblerjeva razdalja

Definicija

$$KL(Q,V) = \sum_i q_i \log \frac{q_i}{v_i}$$



Podlaga v teoriji informacij:
Pričakovano število dodatnih bitov za kodiranje vzorcev iz porazdelitve Q, če uporabimo kod na podlagi porazdelitve V, v primerjavi, če bi kodirali s Q.
Ni simetrična (ni metrika)
Simetrična verzija: *Jeffreyjeva divergenca*

$$JD(Q,V) = KL(Q,V) + KL(V,Q)$$

Slide credit:Bastian Leibe

Druge možnosti

Primerjamo srednji vrednosti

Primerjamo srednji vrednosti in varianci

Medsebojna informacija

Hellingerjeva razdalja

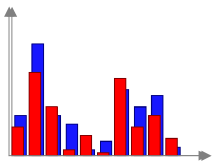
Definicija

- Koeficient Bhattacharyya

$$BC(Q,V) = \sum_i \sqrt{q_i v_i}$$

- Hellingerjeva razdalja

$$d_{\mathrm{Hell}}(Q,V) = \sqrt{1 - BC(Q,V)}$$

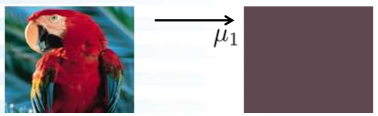


Pojasnilo

- Statistično ozadje
  - *BC meri statistično separabilnost dveh porazdelitev*
- Je metrika (velja tudi trikotniška neenakost)

Povprečna barva

Izračunamo povprečje vseh barv v sliki



$$\mu = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \mathbf{x}_i$$

$$\mathbf{x}_i = (r_i, g_i, b_i)^T$$

- Razdalja, na primer:

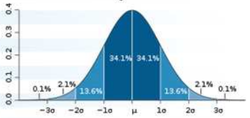
Problem: $d = \mu_1 - \mu_2$

Izgubimo informacijo o razpršenosti barve okoli povprečne vrednosti!

Gaussov model barve

Predpostavimo Gaussovo porazdelitev barve

- Gauss: Srednja vrednost in varianca



$$\mu = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\mathbf{x}_i$$

$$\mathbf{\Sigma} = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(\mathbf{x}_i-\mu)(\mathbf{x}_i-\mu)^T$$

- Lahko računamo za vsak kanal posebej in se izračun variance poenostavi:

$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(\mathbf{x}_i-\mu)^2$$

$\longrightarrow (\mu_1,\sigma_1)$ Matlab: $(\mu_2,\sigma_2) \longleftarrow$

```
mu = mean(x) ;
C = cov(x) ;
```

- Ampak porazdelitev največkrat ni Gaussova!

Večmodalne mere podobnosti

Medsebojna informacija (koliko ena slika pove o drugi sliki):

$$S_{MI} = H(A) + H(B) - H(A,B)$$

$$H(\cdot) = -\sum p(\cdot)\cdot\log(p(\cdot))$$

Normirana medsebojna informacija:

$$S_{NMI} = \frac{H(A)+H(B)}{H(A,B)}$$

Primeri:

svetlostna slika vs IR slika

CT slika vs MRI slika

Mahalanobis-ova razdalja

$d^2_M(x,y) = (x-y)^T\ S^{-1}\ (x-y)$

x, y : naključna vektorja

$x = [x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots, x_N]$

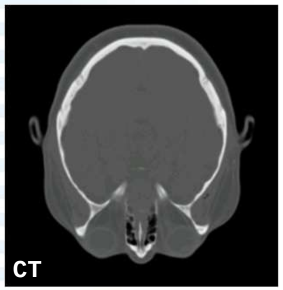
$y = [y_1, y_2, \ldots, y_i, \ldots, y_N]$

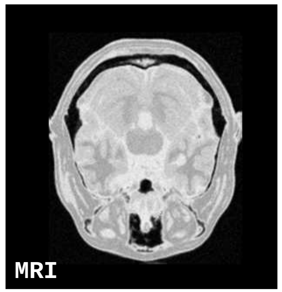
S : kovariančna matrika

Če je kovariančna matrika diagonalna, je Mahalanobisova razdalja enaka uteženi Evklidski razdalji, in variance komponent so uteži.

$$d^2_M(x,y) = \Sigma_i \frac{(x_i-y_i)^2}{\sigma^2_i}$$

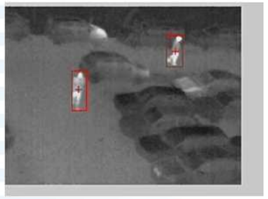
Modalnost





Gre za primerjanje slik, ki nastanejo po različnih postopkih, a upodabljajo isto tkivo. Korelacijski pristopi v tem primeru odpovedo.

Modalnost



Gre za primerjanje slik, ki nastanejo
po različnih postopkih, a upodabljajo isto sceno.